IV/ ELECTROMAGNETISME

الــكــهــرومــغــنــاطــيــســيــة

Le mot « magnétisme » dérive du nom de la région qui porte le nom de « magnésie », située sur la côte ouest de l'actuelle Turquie, où le phénomène magnétique a été observé depuis fort longtemps (600 avant J.C). Cette région renfermait des gisements du minerai appelé « magnétite » qui a des propriétés spécifiques.

En effet, on a observé que deux morceaux de ce minerai s'attirent ou se repoussent, comme ils peuvent donner leurs propriétés à un morceau de fer se trouvant proche d'eux.

Ce phénomène magnétique est resté sans explication jusqu'en l'an 1819. En cette année, le physicien suédois Hans Christian Oersted (1777-1851), a remarqué que le passage d'un courant électrique dans un fil situé tout près d'une aiguille aimantée provoque sa déviation, ce qui prouve l'existence d'une force magnétique résultant du passage du courant électrique. Cette expérience a prouvé qu'un fil parcouru par un courant électrique acquiert des propriétés magnétiques tout à fait semblables à celles que possèdent un aimant naturel.

En temps contemporain, il a été convenu que tous les phénomènes magnétiques sont dus à deux causes :

- Le mouvement de charges électriques (courant électrique)
- Quelques propriétés intrinsèques de la matière.

A/ Le champ magnétique (الحقل المغناطيسي):

1/ Définition du champ magnétique :

Un champ magnétique existe dans une région voisine :

- D'un aimant naturel ou artificiel,
- De la terre, que l'on considère comme étant un énorme aimant,
- D'un conducteur parcouru par un courant électrique.

Par comparaison avec le champ électrique, une charge ou un ensemble de charges en mouvement, créent dans la région où elles se trouvent un champ magnétique. Ce champ magnétique agit sur une charge électrique externe q avec une force $\vec{F_B}$. Il en est de même pour un courant électrique, puisque par définition, c'est un mouvement de charges.

Comme le champ électrique $\vec{E}$, le champ magnétique est lui aussi une grandeur vectorielle, on le note par le vecteur $\vec{B}$. Son nom complet est : **champ d'induction magnétique (حقل التحريض المغناطيسي)**.

2/ Superposition de champs magnétiques(مبدأ تركيب الحقول المغناطيسية) :

Si plusieurs champs magnétiques $\vec{B_1}, \vec{B_2}, ..., \vec{B_n}$ agissent simultanément sur une charge électrique en mouvement, ou sur une aiguille aimantée, le champ magnétique $\vec{B}$ équivalent, est égal à la somme vectorielle de tous les champs agissant (figure 4.1) :

$$\vec{B} = \vec{B_1} + \vec{B_2} + ... + \vec{B_n}$$

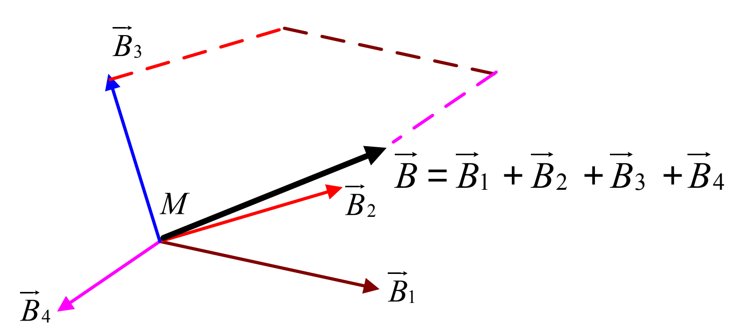


Fig 4.1: Composition des champs magnétiques

B/ Force électromagnétique agissant sur une charge électrique en mouvement (القوة المغناطيسية المؤثرة على شحنة كهربائية متحركة):

La force de Lorentz (Hendrik Antoon Lorentz 1853-1928) :

Comme nous l'avons dit précédemment, un champ électrique existe près de tout corps magnétique ; seulement, un champ pareil n'a aucune influence sur une charge électrique au repos.

Si on considère une charge électrique en mouvement dans un champ magnétique, elle sera soumise alors à une nouvelle force, en plus de la force électrique et de la force de pesanteur.

Ainsi, il a été vérifié expérimentalement que le champ magnétique exerce sur une charge électrique en mouvement une force magnétique proportionnelle à la valeur de la charge, au vecteur vitesse et au vecteur du champ magnétique, et qu'elle est perpendiculaire au vecteur vitesse :

$$\boxed{\vec{F}_B = q.\vec{v} \wedge \vec{B} \Leftrightarrow F_B = q.v.B.\sin\theta} \qquad \textbf{(4.1)}$$

Quand une charge se déplace dans une région de l'espace, où règnent un champ magnétique et un champ électrique, la résultante est égale à la somme des deux forces : électrique et magnétique :

$$\boxed{\vec{F} = \vec{F}_e + \vec{F}_B = q\vec{E} + q.\vec{v} \wedge \vec{B} \Rightarrow \vec{F} = q\left(\vec{E} + .\vec{v} \wedge \vec{B}\right)} \qquad \textbf{(4.2)}$$

C'est l'expression de la loi de Lorentz

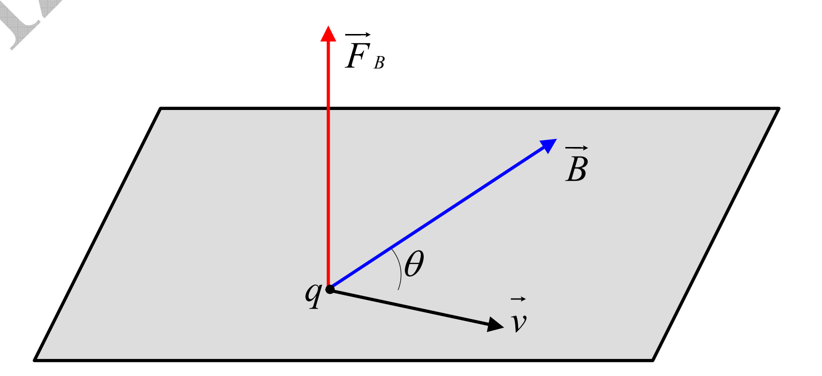


Fig 4.2: Force magnétique appliquée sur une charge mobile dans un champ magnétique

A/ La force électromagnétique exercée sur un élément d'un conducteur rectiligne (القوة المغناطيسية المطبقة على عنصر من ناقل مستقيم):

1/ La force de Lorentz

On sait que la densité de courant électrique qui parcourt un fil est : $\vec{J} = nq\vec{v}$

La relation entre le courant et la densité est : $I = JS$

Si un conducteur se trouve dans un champ magnétique, la force magnétique appliquée à l'unité de volume est :

$$\vec{f} = nq\vec{v} \wedge \vec{B} \Rightarrow \vec{f} = \vec{J} \wedge \vec{B} \tag{4.3}$$

Quant à la force appliquée à un volume élémentaire du fil elle est égale à :

$$d\vec{F} = \vec{f}.dV = \left(\vec{J} \wedge \vec{B}\right).dV \tag{4.4}$$

Si S est la section du fil, et dl la longueur élémentaire considérée, on aura :

$$d\vec{F} = \left(\vec{J} \wedge \vec{B}\right)S.dl \tag{4.5}$$

Pour Obtenir la force totale appliquée sur un volume déterminé, on doit intégrer :

$$\vec{F} = \int_{fil} \left(\vec{J} \wedge \vec{B}\right)S.dl \tag{4.6}$$

Puisque $\vec{J} = J.\overrightarrow{u_T}$, où $\overrightarrow{u_T}$ est le vecteur unitaire tangent à l'axe du fil, on a :

$$\vec{F} = \int_{\text{fil}} (J.S)\overrightarrow{u_T} \wedge \vec{B}.dl \tag{4.7}$$

$$\vec{F} = \int_{\text{fil}} I.\overrightarrow{u_T} \wedge \vec{B}.dl \tag{4.8}$$

Si on considère le conducteur rectiligne plongé dans un champ magnétique uniforme $\vec{B}$, cela veut dire que $\overrightarrow{u_T}$ et $\vec{B}$ sont constants, ce qui nous permet d'écrire :

$$\vec{F} = I.\overrightarrow{u_T} \wedge \vec{B} \int_{fil} dl \tag{4.9}$$

Si la longueur du fil baignant dans le champ magnétique est $\int_{fil} dl = l$, alors :

$$\vec{F} = I.l.\overrightarrow{u_T} \wedge \vec{B} \tag{4.10}$$

Puisque $\left\|\overrightarrow{u_T}\right\| = 1$, et si α est l'angle compris entre le conducteur rectiligne et le vecteur champ magnétique, on obtient :

$$\boxed{F = B.I.l.\sin\alpha} \tag{4.11}$$

Cette relation exprime la loi de Laplace

Pour déterminer la direction et le sens de cette force, on doit utiliser la règle connue de la main droite : l'index indique la force magnétique, le pouce le courant ou le conducteur, et le majeur le vecteur champ magnétique. Figure 4.3

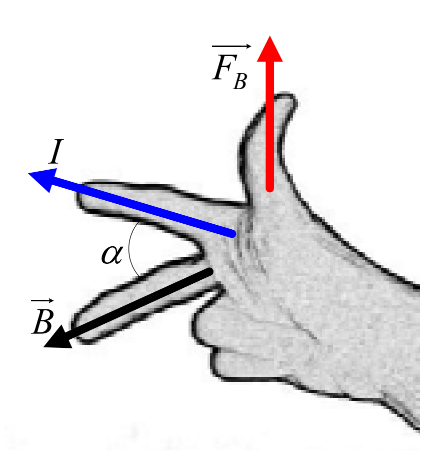


Fig 4.3: Règle de la main droite

1/ Applications :

a/ La balance de Cotton (Aimé Cotton 1869-1951) :

La balance de Cotton est constituée de deux bras mobiles autour d'un axe Δ :

La première section est caractérisée par une forme particulière, constituée d'un secteur circulaire isolant S, fabriqué en matière plastique et limité par deux arcs concentrés sur l'axe de rotation Δ du levier. S Comprend une portion rectiligne CD de longueur l, horizontale quand la balance est en équilibre. Figure 4.4

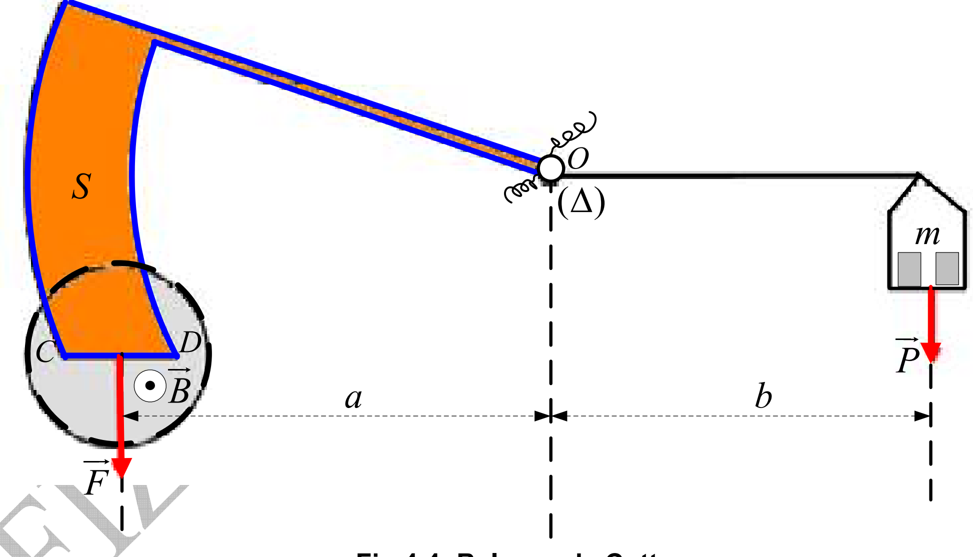


Fig 4.4: Balance de Cotton

Un fil conducteur sort par O, suit le secteur circulaire et la portion rectiligne CD, puis revient en O. L'autre bras du levier porte un plateau. La balance est en équilibre quand il ne passe aucun courant électrique.

Si on plonge la portion CD du secteur S dans un champ magnétique uniforme $\vec{B}$, perpendiculaire au plan de la figure et dirigé vers l'avant, on remarque que la balance perd son équilibre lorsqu' un courant traverse le fil. Pour rétablir l'équilibre, il suffit de mettre des masses étalonnées sur le plateau.

Les deux moments, différents de zéro, et agissant sur le système, sont le moment du poids $\vec{P}$ des masses, et le moment de la force de Laplace $\vec{F}_B$.

A l'équilibre : $F_B.a = mg.b \Rightarrow F_B = \dfrac{mg.b}{a}$

Ainsi on peut calculer l'intensité du champ d'induction magnétique :

$$B.I.l.a = mgb \Rightarrow \boxed{B = \frac{mgb}{I.l.a}} \qquad \textbf{(4.12)}$$

L'unité de B est le **tesla** (T).

b/ L'effet Hall (Edwin Herbert Hall 1855-1938) (**فعل هال**)

La figure 4.5 représente une plaque en cuivre, de section rectangulaire (quelques millimètres), parcourue par un courant électrique I dans le sens de la longueur.

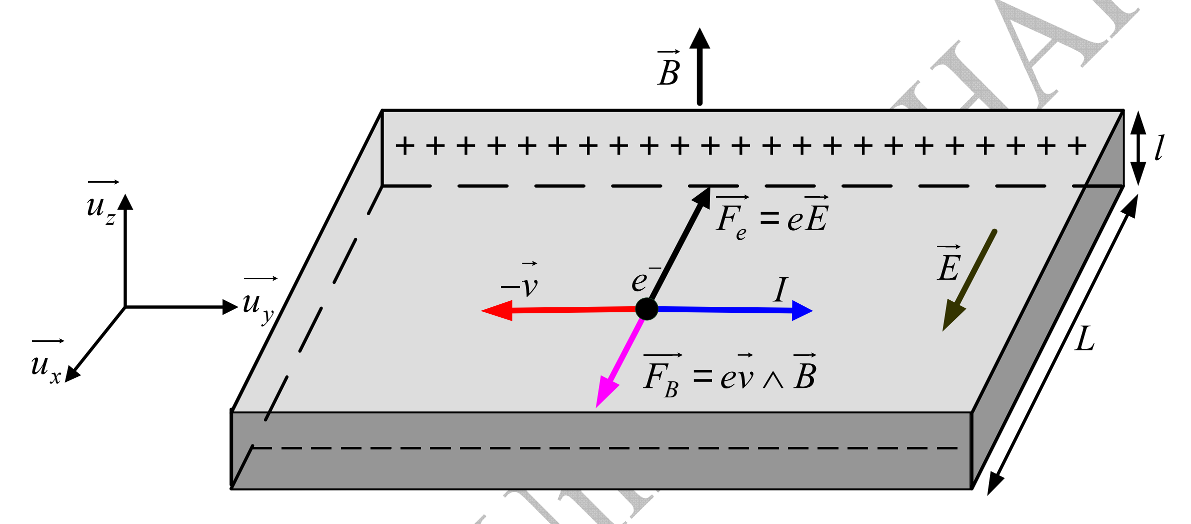


Fig 4.5: Effet Hall

Les électrons suivent des trajectoires parallèles à l'axe Oy, en se déplaçant à la vitesse $-\vec{v}$ dans le sens contraire du sens conventionnel du courant qui circule dans le sens Oy.

Quand on applique un champ magnétique $\vec{B}$ perpendiculairement à la plaque (selon la figure, suivant Oz), Chaque électron est soumis à une force magnétique $\vec{F}_B = -e.-\vec{v} \wedge \vec{B} \Rightarrow \vec{F}_B = e.\vec{v} \wedge \vec{B}$. Sous l'action de cette force magnétique, les électrons dévient vers la droite de la plaque, côté qui se charge donc négativement. L'autre coté se charge, quant à lui, positivement, à cause de la diminution du nombre d'électrons qui ont été déviés vers le côté droit. Cela entraîne l'apparition d'un champ électrique $\vec{E}$ parallèle à l'axe Ox.

Les électrons sont soumis à chaque instant à deux forces :

La force magnétique : $\vec{F}_B = e.\vec{v} \wedge \vec{B}$, produite par le champ magnétique et dirigée dans le sens de Ox,

La force électrique : $\vec{F}_e = -e\vec{E}$, produite par le champ électrique et dirigée dans le sens contraire de Ox.

L'égalité des deux forces conduit à un état d'équilibre, ce qui fait apparaître une différence de potentiel transversale entre les bords opposés de la plaque. Cette différence de potentiel est proportionnelle à $\vec{B}$.

Ce phénomène que nous venons de décrire s'appelle **effet Hall ordinaire ou négatif**, Il apparaît sur la plupart des métaux, comme le cuivre, l'argent, l'or, le platine …etc. Mais dans quelques métaux, comme le zinc, le cobalt, le fer et dans d'autres matériaux, tels que les semi-conducteurs, il se produit **l'effet Hall positif**. Ce dernier s'interprète par le fait que ce sont les charges positives qui se déplacent dans le sens du courant électrique, ce qui inverse totalement le raisonnement que nous avons suivi pour l'effet négatif.

L'effet hall découvert en 1879, offre une méthode très intéressante pour la détermination du signe des porteurs de charges dans un conducteur donné.

Parmi les intérêts de l'effet Hall, la possibilité de déterminer la densité de charge, c'est à dire le nombre de charges par unité de volume, comme le montre les calculs ci après.

A l'équilibre : $F_e = F_B \Rightarrow evB = eE \Rightarrow E = vB$

On appelle **tension Hall**, la différence de potentiel qui apparaît entre les bords de la plaque : $U_H = E.L \Rightarrow E = \dfrac{U_H}{L}$

On sait que : $I = JS = nevS$

Et puisque S est la section de la plaque, on a : $I = nevLl \Rightarrow v = \dfrac{I}{neLl}$

D'où la densité des porteurs de charges :

$$vB = \frac{U_H}{L} \Rightarrow \frac{I}{neLl}B = \frac{U_H}{L} \Rightarrow \boxed{n = \frac{IB}{eLU_H}}$$

Pour les métaux ordinaires la densité de charges est de l'ordre de $10^{28}/m^3$.

D/ La règle d'Ampère(قاعدة آمبير) :

C'était Oersted, qui le premier a démontré expérimentalement que le courant électrique produit un champ magnétique dans la région qui l'entoure.

Les expériences dans ce domaine se sont succédées durant plusieurs années. Il a fallu attendre l'année 1826 pour qu'Ampère parvienne enfin, en l'espace de quelques jours, à la loi empirique qui porte son nom.

La figure 4.6, représente plusieurs courants électriques passant à travers la courbe fermée (C).

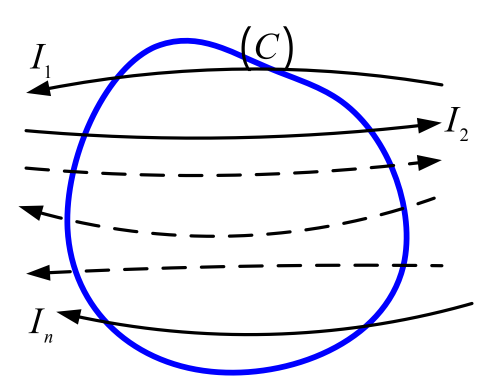


Fig 4.6: Courants à travers une courbe fermée

Enoncé de la règle d'Ampère :

« La circulation du champ magnétique le long d'une courbe fermée qui embrasse les courants $I_n........I_2, I_1$, est égale au produit de la permittivité magnétique dans le vide (μ_0) par la somme algébrique des intensités de courants embrassés par le contour (C) ».

$$\boxed{A_B = \oint_C \vec{B}.d\vec{l} = \mu_0 \sum_{i=1}^{n} I_i} \qquad \textbf{(4.13)}$$

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}\, T.m.A^{-1}$$

Exemple 4.1 :

Un courant électrique traverse un conducteur cylindrique de longueur infinie et de rayon R. La densité de courant $\vec{J}$ est constante à travers toute la section du cylindre et parallèle à l'axe oz. On considère I_0 l'intensité totale qui traverse le cylindre. Calculer le champ magnétique à l'intérieur et à l'extérieur du cylindre. Représenter graphiquement ses variations.

Réponse :

Considérons un cercle de rayon entourant le cylindre. Le plan du cercle est perpendiculaire au cylindre (figure 4.7-a-). La section S_0 du cylindre est traversée par des courants d'intensité totale I_0. La circulation de l'induction du champ magnétique suivant la trajectoire fermée (C) est donc égale à :

$$A_B = \oint_C \vec{B}.d\vec{l} = B.2\pi.r$$

$$B.2\pi.r = \mu_0.I_0 \Rightarrow \boxed{B = \frac{\mu_0.I_0}{2\pi.r}}$$

Cette expression représente l'intensité du champ magnétique à l'extérieur du cylindre, et qui résulte du passage de courant électrique dans le cylindre. Comme on peut le voir, ce champ est inversement proportionnel à la distance r $(R \prec r)$.

Quant à l'intérieur du cylindre $r \prec R$, le courant qui passe à travers le cercle (figure4.4-b-) est I :

$$J = \frac{I_0}{S_0} = \frac{I}{S} \Rightarrow I = \frac{I_0}{S_0}.S$$

$$S_0 = \pi R^2 \quad , \quad S = \pi r^2$$

La circulation est donc égale à :

$$A_B = \oint_C \vec{B}.d\vec{l} = B.2\pi.r = \mu_0.I$$

$$\mu_0.I = \mu_0.I_0 \frac{S}{S_0} \Rightarrow \boxed{B = \frac{\mu_0.I_0}{2\pi.R^2}.r}$$

Dans ce cas, l'intensité du champ magnétique en un point quelconque à l'intérieur du cylindre est proportionnelle à la distance séparant l'axe du cylindre du point considéré.

La figure 4.7-c- représente les variations de l'intensité du champ magnétique en fonction de la distance .

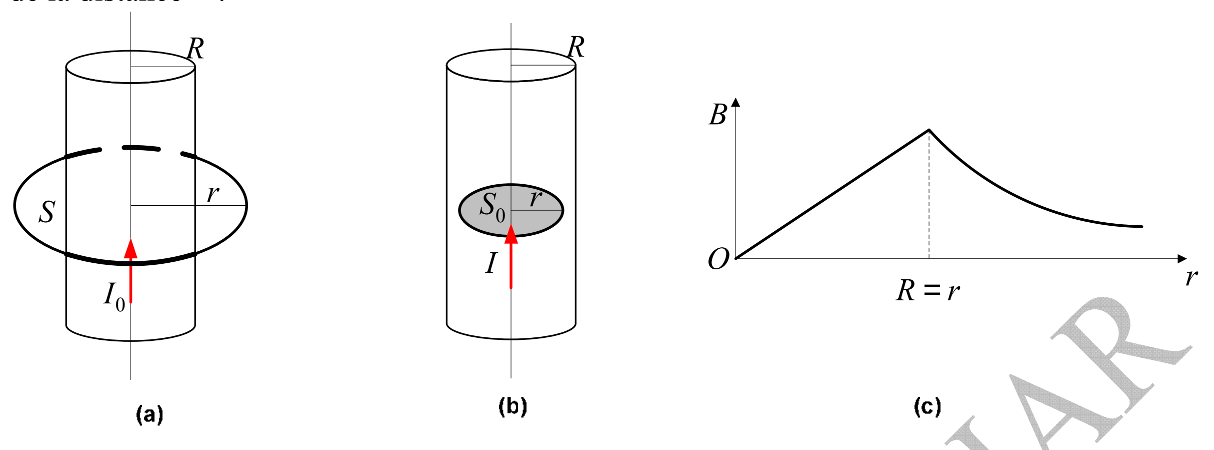


Fig 4.7: Application de la règle d'Ampère

E/ La loi de Biot et Savard(J.Batiste Biot 1774-1862/Félix Savard 1791-1841)

Cette loi expérimentale, établie en 1820, permet le calcul de l'induction magnétique en un point de l'espace, créée par un conducteur, quelque soit sa forme, et traversé par un courant électrique.



Fig 4.8: Champ magnétique élémentaire créé par un courant électrique élémentaire

1/ Enoncé de la loi :

Un courant électrique d'intensité I, parcourant un élément $d\vec{l}$ d'un conducteur, produit un champ magnétique élémentaire $d\vec{B}$ égal à :

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 . I}{4\pi . r^2} . d\vec{l} \wedge \vec{u}_r \tag{4.14}$$

$\vec{u}_r$: représente le vecteur unitaire suivant la direction du vecteur position $\vec{r}$. Le sens de $d\vec{B}$ est déterminé par la règle de la vis ou celle de la main droite.

Si on veut calculer l'induction magnétique totale $\vec{B}$, produite par tout le conducteur, il suffit d'intégrer :

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 . I}{4\pi} \int_{\text{conducteur}} \frac{d\vec{l} \wedge \vec{u}_r}{r^2} \tag{4.15}$$

1/ Application de la loi de Biot et Savard :

a/ Champ d'induction magnétique produit par un courant rectiligne infini

(حقل التحريض المغناطيسي الناتج عن تيار مستقيم لا متناهي الطول) :

La figure 4.9 représente un fil infiniment long, parcouru par un courant électrique d'intensité I. On se propose de déterminer le champ d'induction magnétique produit par tout le fil en un point P situé sur l'axe oy.

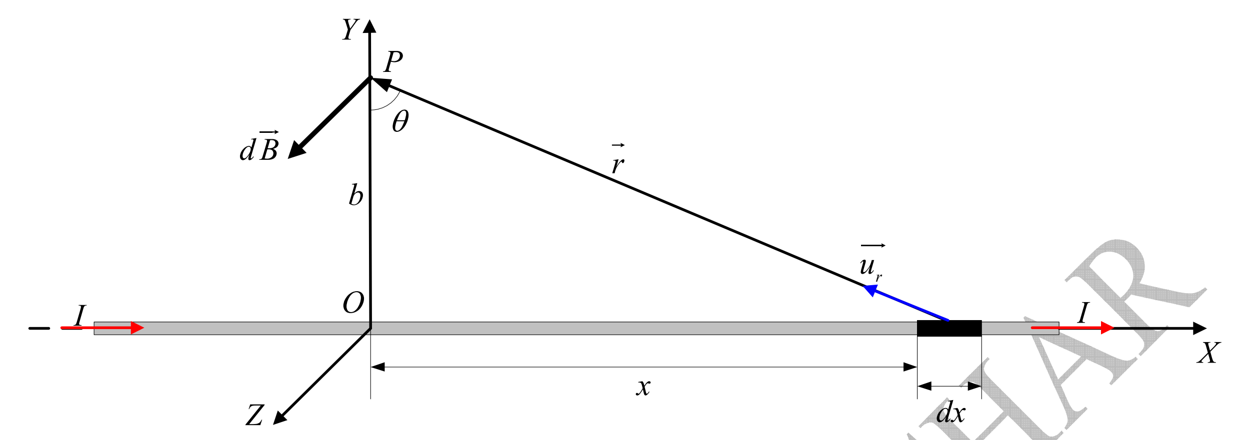


Fig 4.9: Champ magnétique élémentaire créé par un courant électrique élémentaire rectiligne

Pour pouvoir appliquer la loi de Biot et Savard, on doit déterminer les composantes des vecteurs $\vec{dl}$ et $\vec{r}$ dans le repère cartésien $Oxyz$. Et puisque $\vec{r} = r.\vec{u}_r \Rightarrow \vec{u}_r = \frac{\vec{r}}{r}$, on peut écrire la loi sous la forme :

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 . I}{4\pi} . \frac{\vec{dl} \wedge \vec{u}_r}{r^2} = \frac{\mu_0 . I}{4\pi} . \frac{\vec{dl} \wedge \vec{r}}{r^3} \qquad \textbf{(4.16)}$$

$$\vec{dl} = \begin{vmatrix} dx \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} \qquad \vec{r} = \begin{vmatrix} -x \\ b \\ 0 \end{vmatrix}$$

$$\vec{dl} \wedge \vec{r} = \begin{vmatrix} \vec{i} & -\vec{j} & \vec{k} \\ dx & 0 & 0 \\ -x & b & 0 \end{vmatrix} = b.dx.\vec{k} \Rightarrow d\vec{B} = \frac{\mu_0 . I}{4\pi} . \frac{b.\vec{dl}}{r^3} \vec{k}$$

Puisque :

$$r = \frac{b}{\cos\theta} \quad , \quad x = b.tg\theta \Rightarrow dx = b\frac{1}{\cos^2\alpha} d\theta$$

Par substitution, on obtient :

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 . I}{4\pi . b} \cos\theta . d\theta . \vec{k}$$

En intégrant cette expression de $-\pi/2$ à $+\pi/2$, on obtient:

$$\vec{B} = \int_{-\pi/2}^{+\pi/2} d\vec{B} = \frac{\mu_0.I}{4\pi.b}\vec{k}\int_{-\pi/2}^{+\pi/2}\cos\theta.d\theta$$

Finalement, on arrive à l'expression finale :

$$\boxed{\vec{B} = \frac{\mu_0.I}{2\pi.b}\vec{k} \Rightarrow B = \frac{\mu_0.I}{2\pi.b}} \qquad \textbf{(4.17)}$$

Le vecteur $\vec{B}$ dans ce cas, est perpendiculaire au plan Oxy et dirigé selon l'une des règles d'orientation.

Remarque : Dans le cas d'un conducteur rectiligne, les lignes du champ magnétique, dessinent des cercles dont le centre est le conducteur et auquel elles lui sont perpendiculaires.

b/ Champ d'induction magnétique produit par un courant circulaire

(حقل التحريض المغناطيسي الناتج عن تيار دائري) :

La figure 4.10 représente un anneau parcouru par un courant électrique d'intensité constante I. On se propose de trouver le champ d'induction magnétique sur l'axe Oz de l'anneau.

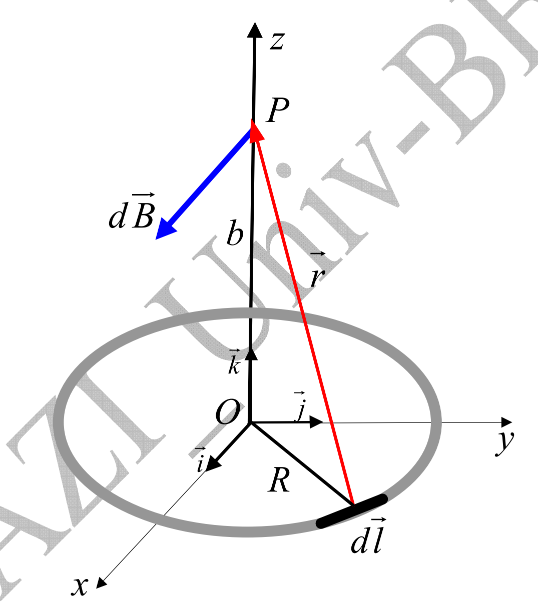


Fig 4.10: Champ magnétique produit par un courant circulaire

On choisit sur l'anneau une longueur élémentaire $d\vec{l}$, puis on calcule le champ magnétique élémentaire produit au point P. Afin d'obtenir le champ total, on doit intégrer.

D'après la figure 4.11, on a :

Les angles α et θ ont des côtés perpendiculaires, donc : $\left.\begin{array}{l} Oy \perp Ox \\ dl \perp R \end{array}\right\} \Rightarrow \alpha = \theta$

$$d\vec{l} = -dx\vec{i} + dy\vec{j} \Rightarrow d\vec{l} = -dl.\sin\alpha.\vec{i} + dl.\cos\alpha.\vec{j}$$

Et puisque $dl = R.d\alpha$

D'où : $d\vec{l} = -R.\sin\alpha.d\alpha.\vec{i} + R.\cos\alpha.d\alpha.\vec{j}$

Donc, les composantes des vecteurs $d\vec{l}$ et $\vec{}$ sont :

$$\vec{r} = \begin{vmatrix} -x = -R\cos\alpha.d\alpha \\ -y = -R\sin\alpha.d\alpha \\ b \end{vmatrix} \qquad d\vec{l} = \begin{vmatrix} -R\sin\alpha.d\alpha \\ R\cos\alpha.d\alpha \\ 0 \end{vmatrix}$$

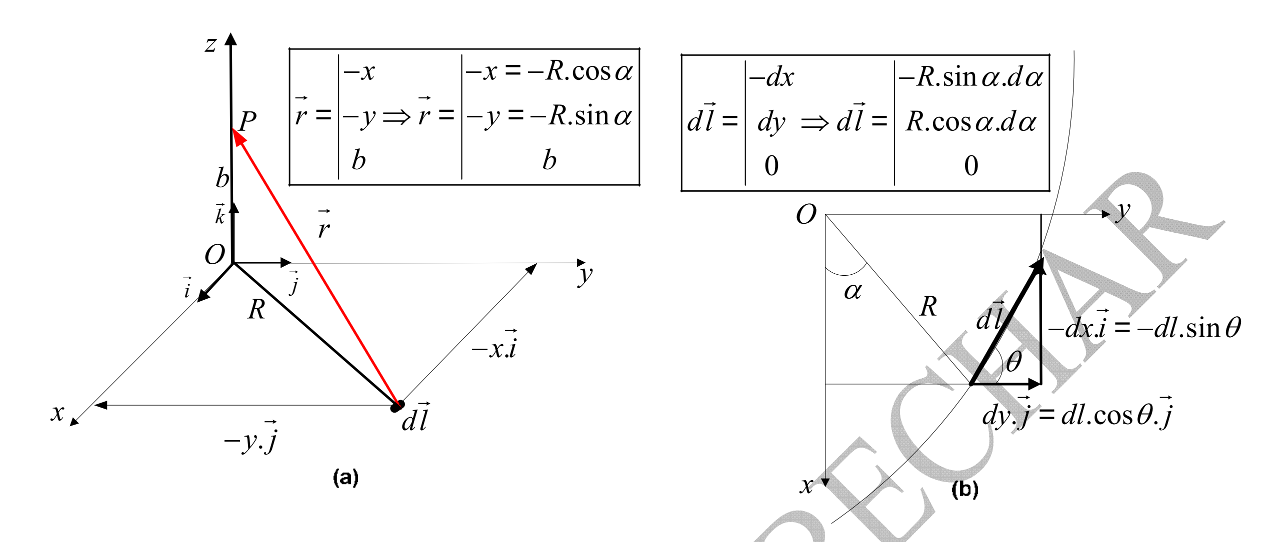


Fig 4.11: Détermination des vecteurs $d\vec{l}$ et

On applique la loi de Biot et Savard :

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0.I}{4\pi}.d\vec{l} \wedge \frac{\vec{r}}{r^3} = \frac{\mu_0.I}{4\pi.r^3}.d\vec{l} \wedge \vec{r}$$

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0.I}{4\pi.r^3}.\begin{vmatrix} \vec{i} & -\vec{j} & \vec{k} \\ -R\sin\alpha & R\cos\alpha & 0 \\ -R\cos\alpha & -R\sin\alpha & b \end{vmatrix}.\mathrm{d}\alpha$$

$$\mathrm{d}\vec{B} = \underbrace{\frac{\mu_0.I}{4\pi.r^3}.\left(R.b\cos\alpha.d\alpha\right)\vec{i}}_{d\vec{B}_x} + \underbrace{\frac{\mu_0.I}{4\pi.r^3}.\left(R.b\sin\alpha.d\alpha\right)\vec{j}}_{d\vec{B}_y} + \underbrace{\frac{\mu_0.I}{4\pi.r^3}.\left(R^2.d\alpha\right)\vec{k}}_{d\vec{B}_z}$$

Il nous apparaît que $d\vec{B}$ a trois composantes : $d\vec{B} = d\vec{B}_x + d\vec{B}_y + d\vec{B}_z$

Maintenant, il suffit d'intégrer les trois composantes de 0 à 2π , pour obtenir les trois composantes du champ magnétique produit par tout l'anneau :

$$B_x = \int_0^{2\pi} dB_x = \int_0^{2\pi} \frac{\mu_0.I.R.b}{4\pi.r^3}\cos\alpha.d\alpha = \frac{\mu_0.I.R.b}{4\pi.r^3}.\int_0^{2\pi}\cos\alpha.d\alpha \quad = 0$$

$$B_y = \int_0^{2\pi} dB_y = \int_0^{2\pi} \frac{\mu_0.I.R.b}{4\pi.r^3}\sin\alpha.d\alpha = \frac{\mu_0.I.R.b}{4\pi.r^3}.\int_0^{2\pi}\sin\alpha.d\alpha \quad = 0$$

$$B_z = \int_0^{2\pi} dB_z = \int_0^{2\pi} \frac{\mu_0.I.R^2}{4\pi.r^3}d\alpha = \frac{\mu_0.I.R^2}{4\pi.r^3}.\int_0^{2\pi} d\alpha \quad = \frac{\mu_0.I.R^2}{4\pi.r^3}.2\pi$$

Finalement, on arrive à :

$$\boxed{\vec{B} = \vec{B}_z = \frac{\mu_0 R^2.I}{2.\left[R^2 + b^2\right]^{3/2}}\vec{k}} \Rightarrow \boxed{B = B_z = \frac{\mu_0 R^2.I}{2.\left[R^2 + b^2\right]^{3/2}}} \qquad \textbf{(4.18)}$$

Cette expression n'est valable que si le point P appartient à l'axe qui est perpendiculaire à l'anneau et passe par son centre.

Discussion : le champ magnétique prend des valeurs particulières en certains points de l'anneau parcouru par un courant d'intensité I :

- **Premier cas** : Au centre de l'anneau $b = 0$, et quelque soit son rayon, on aura :

$$\boxed{B = \frac{\mu_0.I}{2b}} \qquad \textbf{(4.19)}$$

- **Deuxième cas** : Si l'anneau est de rayon très petit $b \succ\succ R$, on aura :

$$\boxed{B = \frac{\mu_0 R^2.I}{2b^3}} \qquad \textbf{(4.20)}$$

- **Troisième cas** : dans le cas d'une bobine plate, constituée de N spires, on prend le rayon moyen des spires et on multiplie le résultat précédent par le nombre N :

$$B = B_z = \frac{\mu_0 R^2.I}{2.\left[R^2 + b^2\right]^{3/2}}.N$$

$$B = \frac{\mu_0.I}{2b}.N$$

$$\boxed{B = \frac{\mu_0 R^2.I}{2b^3}.N} \qquad \textbf{(4.21)}$$

c/ Champ d'induction magnétique produit par un courant solénoïdal

(حقل التحريض المغناطيسي الناتج عن تيار حلزوني)

Là aussi, on ne s'intéresse qu'à un point situé sur l'axe du solénoïde.

Soit une bobine de longueur l, composée de N spires, parcourue par un courant électrique d'intensité I. On demande de calculer le champ d'induction magnétique $\vec{B}$ en un point P situé sur l'axe oz de la bobine. Figure 4.12

On choisit le point P comme origine, et on considère la longueur élémentaire dz de la bobine, et qui contient en réalité un nombre de spires égal à $\frac{N}{l}.dz$.

En utilisant le résultat du champ magnétique produit par le courant circulaire, on peut écrire :

$$d\vec{B} = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ \dfrac{\mu_0 R^2.I}{2.\left[R^2 + z^2\right]^{3/2}}.\dfrac{N}{l}.dz \end{vmatrix}$$

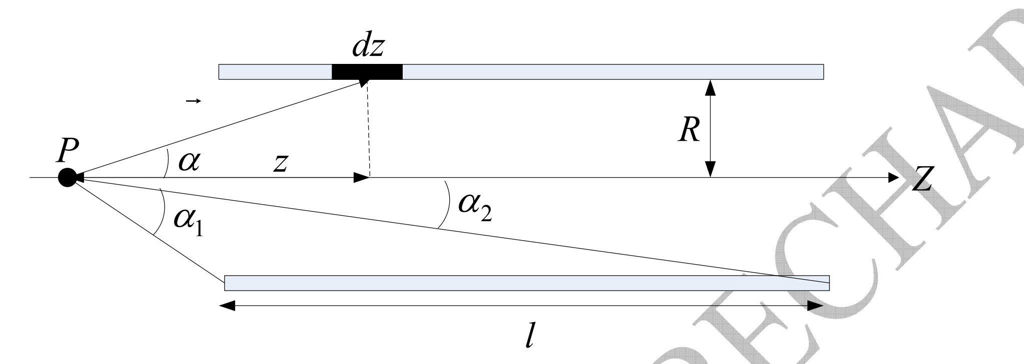


Fig 4.12: Champ magnétique créé par un courant électrique sinusoïdal

Sur la figure 4.12, on voit que :

$$z = R\cot\alpha \Rightarrow dz = -R.\frac{1}{\sin^2\alpha}.d\alpha$$

Afin d'arriver facilement à bout de l'opération d'intégration, on doit faire un changement de variable :

$$R^2 + z^2 = R^2 + R^2\cot^2\alpha = R^2\underbrace{(1+\cot^2\alpha)}_{1/\sin^2\alpha} = R^2.\frac{1}{\sin^2\alpha}$$

Par substitution dans l'expression de $d\vec{B}$, on trouve :

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 R^2.I}{2.\left[R^2/\sin^2\alpha\right]^{3/2}}.\frac{N}{l}.(-R/\sin^2\alpha).d\alpha \Rightarrow d\vec{B} = \frac{\mu_0.I}{2.}.\frac{N}{l}.d\alpha$$

Pour obtenir le champ d'induction magnétique produit au point P, situé sur l'axe oz de la bobine, par le courant électrique parcourant cette bobine, on doit intégrer d'un bord à l'autre de la bobine, soit de α_1 à α_2, on obtient donc :

$$\boxed{\vec{B} = \frac{\mu_0.N.I}{2l}\left(\cos\alpha_2 - \cos\alpha_1\right)\vec{k} \Rightarrow B = \frac{\mu_0.N.I}{2l}\left(\cos\alpha_2 - \cos\alpha_1\right)} \qquad \textbf{(4.22)}$$

Discussion : le champ magnétique prend des valeurs particulières en certains points du solénoïde parcouru par un courant d'intensité I :

- **Premier cas** : Le point O se trouve au centre d'une bobine très longue, tel que $\alpha_1 = \pi$ et $\alpha_1 = \pi/2$. Voir figure 4.13(a). on aura :

$$\vec{B}=\frac{\mu_0.N.I}{l}\vec{k}\Rightarrow B=\frac{\mu_0.N.I}{l} \quad (4.23)$$

- **Deuxième cas** : Le point se situe se situe sur l'axe et au le bord de la bobine tel que $\alpha_2=0$ (figure 4.13 (b)), on aura :

$$\vec{B}=\frac{\mu_0.N.I}{2l}\vec{k}\ ;\ B=\frac{\mu_0.N.I}{2l} \quad (4.24)$$

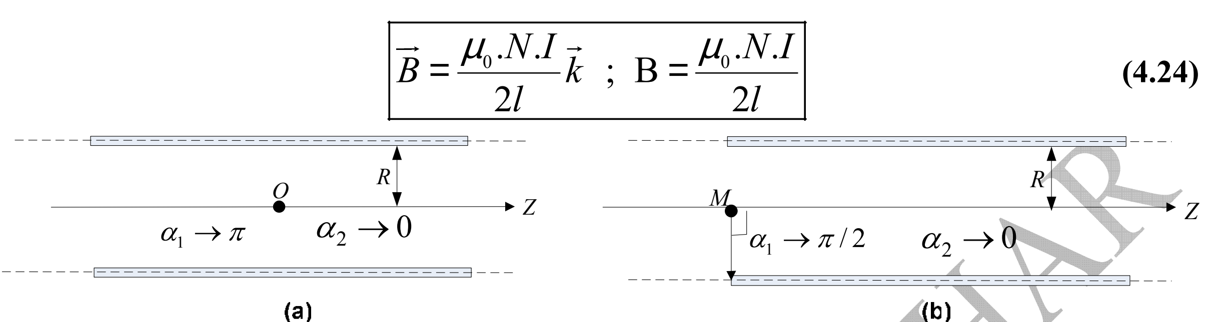


Fig 4.13: Champ magnétique créé par un courant électrique sinusoïdal

E/ Le dipôle magnétique(ثنائي القطب المغناطيسي)

1/ Le couple électromagnétique (المزدوجة الكهرومغناطيسية) :

La figure 4.14 (a) représente un cadre rectangulaire $MNPQ$, parcouru par un courant d'intensité I constante, et de sens comme indiqué sur la figure.

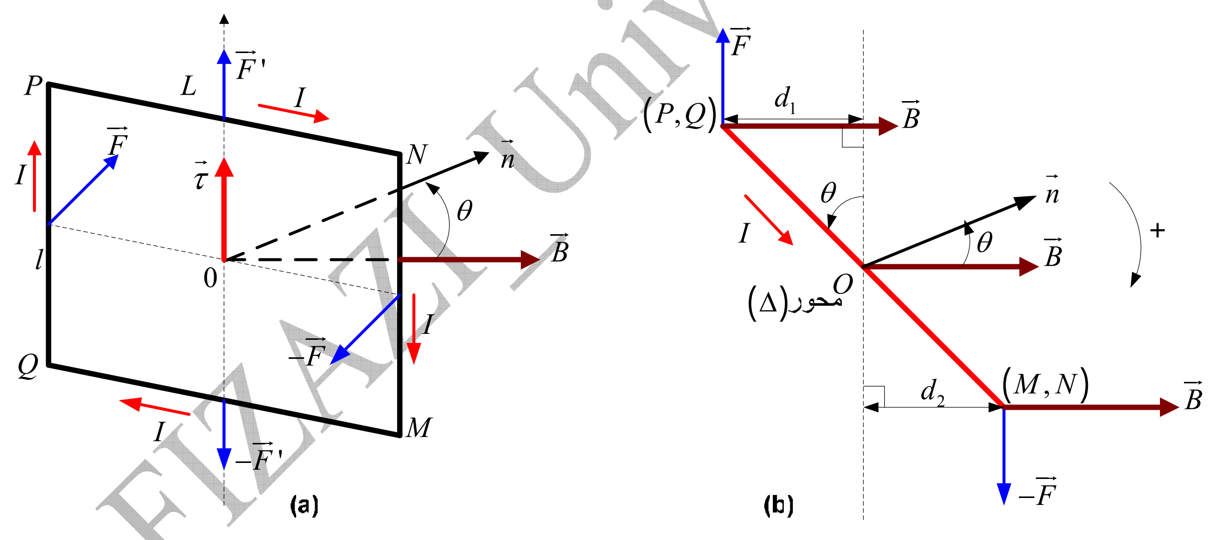


Fig 4.14: Couple électromagnétique

Ce conducteur baigne dans un champ magnétique uniforme $\vec{B}$ qui forme avec la normale $\vec{n}$ de la surface du conducteur, l'angle θ. La normale $\vec{n}$ est dirigée par rapport au courant I selon la règle de la vis.

Les deux forces $\vec{F}'$ agissent sur les deux côtés NP et MQ. Ces forces sont directement opposées et non aucune action, puisque le cadre est indéformable ; elles ne produisent aucun moment, donc aucune rotation.

Les deux forces $\vec{F}$ agissent sur les deux côtés MN et PQ, et produisent un couple capable de faire tourner le cadre jusqu'à ce qu'il se stabiliser dans une position tel que son

plan soit perpendiculaire au champ magnétique $\vec{B}$. Les côtés MN et PQ sont perpendiculaires à $\vec{B}$ quant le cadre atteint sa position d'équilibre.

La figure 4.14 (b) montre la projection du cadre vertical $MNPQ$ sur un plan horizontal. En se basant sur cette figure, on peut déterminer la valeur du couple :

$$\left.\begin{array}{l} \Gamma_\Delta = F.d_1 + F.d_2 \\ d_1 = d_2 = \dfrac{L}{2}.\sin\theta \\ F = B.I.l \end{array}\right| \Rightarrow \boxed{\Gamma_\Delta = BIL.l\sin\theta} \qquad \textbf{(4.25)}$$

Puisque l'aire du cadre est égale à $S = L.l$, on a donc :

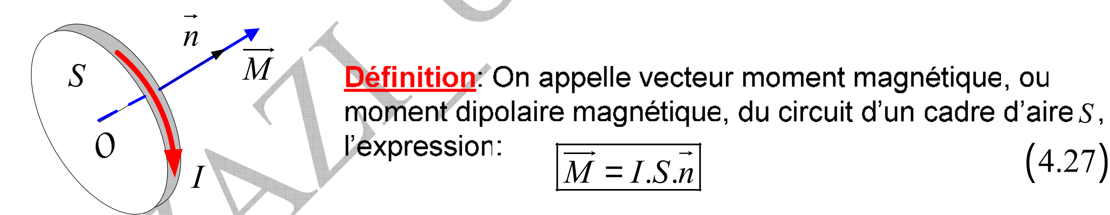
$$\boxed{\Gamma_\Delta = BIS\sin\theta} \qquad \textbf{(4.26)}$$

Il faut noter ici que ce couple de rappel permet au cadre de regagner sa position d'équilibre, c'est-à-dire revenir à la position perpendiculaire au champ $\vec{B}\left(\vec{n}//\vec{B} \quad , \quad \theta = 0\right)$, et cela dans le cas où il est écarté de sa position d'équilibre. Ce résultat obtenu dans le cas d'une boucle rectangulaire est valable pour n'importe quel circuit, quelle que soit sa forme.

Résultat : Tout circuit plan, parcouru par un courant électrique, et se trouvant dans un champ magnétique uniforme, est soumis à un effet directionnel résultant du couple. Ce couple électromagnétique a pour rôle de placer le plan du cadre perpendiculaire à $\vec{B}$.

1/ Le moment magnétique (العزم المغناطيسي) :

Toute boucle (ou autre forme quelconque) de courant électrique sur laquelle agit un couple électromagnétique est appelé « **dipôle magnétique** ».



Définition: On appelle vecteur moment magnétique, ou moment dipolaire magnétique, du circuit d'un cadre d'aire S, l'expression:

$$\boxed{\vec{M} = I.S.\vec{n}} \qquad (4.27)$$

Fig 4.15: Moment magnétique

La figure 4.15 représente le vecteur du moment magnétique dans le cas d'une spire.

Partant de cette définition, on peut écrire l'expression du couple électromagnétique sous la forme :

$$\boxed{\Gamma = MB\sin\theta \Leftrightarrow \vec{\Gamma} = \vec{M} \wedge \vec{B}} \qquad \textbf{(4.28)}$$

E/ Induction électromagnétique (التحريض الكهرومغناطيسي)

1/ Le flux magnétique (التدفق المغناطيسي) :

- **Définition :** On appelle flux du champ magnétique $\vec{B}$ à travers la surface élémentaire dS, la grandeur :

$$\Phi = \int_S \vec{B}.d\vec{S} = \int_S \vec{B}.\vec{n}.dS = \int_S B.\cos\theta.dS \quad (4.29)$$

$d\vec{S}$ représente le vecteur de la surface élémentaire, qu'on considère toujours perpendiculaire à la surface et quittant la surface selon le sens positif choisi (selon la règle de la vis) sur le contour de la surface. On considère aussi, $\vec{B}$ uniforme à travers la surface élémentaire dS . Le vecteur $\vec{n}$ représente le vecteur unitaire de la normale à la surface.

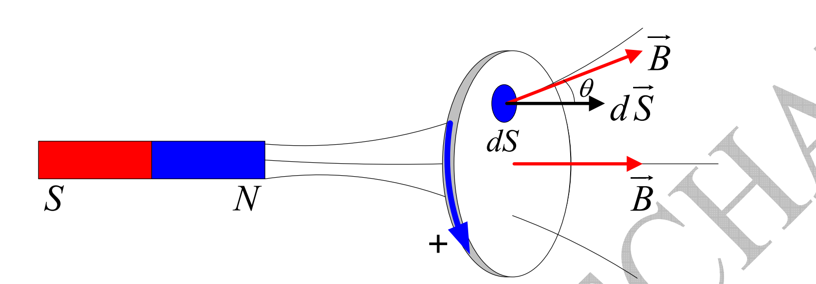


Fig 4.16: Flux magnétique à travers une surface

- Unité du flux : le weber (Wb) en mémoire à Wilheim Edward Weber1804-1891.
- Comment varie B quant on approche ou on éloigne l'aimant de la bobine ?
    - Quand on approche l'aimant de la bobine, B augmente en chaque point de la surface, donc Φ augmente aussi (c'est à dire que le nombre de lignes de champ traversant la surface augmente).
    - Quand on éloigne l'aimant de la bobine, B diminue en chaque point de la surface, donc Φ diminue aussi (c'est-à-dire que le nombre de lignes de champ traversant la surface diminue).

Exemple 2.4 :

1/ On a choisit un sens positif de parcourt sur la bobine plate (C), représentée sur la figure 4.17.

a) Le flux est-il positif ou négatif ? en éloignant l'aimant droit de la bobine, le flux augmente-t-il ou diminue-t-il ?

b) Répondre aux mêmes questions en intervertissant les pôles de l'aimant.

2/ Cette bobine est constituée de 20 spires d'aire $10cm^2$, et baigne dans un champ magnétique uniforme d'intensité $0,1T$. La bobine est perpendiculaire aux lignes de champ.

a) on déplace la bobine d'un mouvement de translation, le flux varie-t-il ?

b) On fait tourner la bobine de $180°$ autour de l'un de ses diamètres. Calculer la variation du flux à travers la bobine.

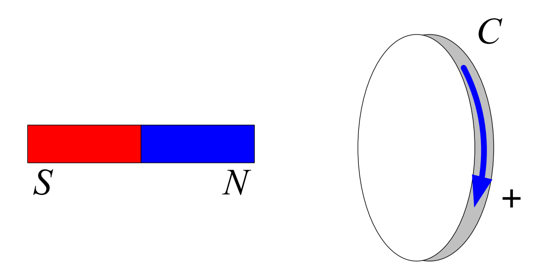


Fig 4.17: Induction électromagnétique

Réponse :

1/ a) Dans la bobine les vecteurs $\vec{n},\vec{B}$ sont parallèles et de mêmes sens, figure 4.18(a), $(0 \leq \theta \prec \pi/2)$: $\Phi = B.S.\cos\theta \succ 0$

Quand on éloigne l'aimant de la bobine, l'intensité de $\vec{B}$ au niveau de sa surface diminue, donc, le flux diminue.

b) Dans la bobine les vecteurs $\vec{n},\vec{B}$ sont parallèles et de sens contraires, figure 4.18(b), $(\pi \geq \theta \succ \pi/2)$: $\Phi = B.S.\cos\theta \prec 0$

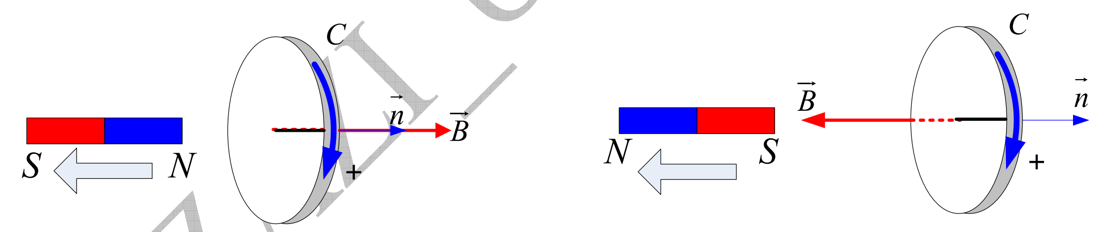
Quand on éloigne l'aimant de la bobine, l'intensité de $\vec{B}$ au niveau de sa surface diminue, donc, le flux diminue.

2/ a) Puisque $\vec{B}$ est uniforme, le flux reste invariable.

c) En position initiale : $\Phi_1 = N.B.S\cos 0 = 2\times 10^{-3}\,Wb$

En position finale : $\Phi_2 = N.B.S\cos 180° = -2\times 10^{-3}\,Wb$

Donc, la variation du flux est égale à : $\Delta\Phi = \Phi_2 - \Phi_1 = -4\times 10^{-3}\,Wb$



(a): éloignement du pôle nord **(b): éloignement du pôle sud**

Fig 4.18

1/ L'induction électromagnétique (التحريض الكهرومغناطيسي) :

Jusqu'à présent, nous avons considéré que les champs électrique et magnétique étaient indépendants du temps, ils sont donc au repos. Quand est-il si les deux champs dépendaient du temps ?

En 1830, Henry Joseph (1797-1878) et Michaël Faraday (1791-1867), ont découvert simultanément, le phénomène de l'induction électromagnétique. Ce phénomène est à la base du principe de fonctionnement des moteurs électriques, des transformateurs, et d'un bon nombre d'appareils électromagnétiques que nous utilisons quotidiennement. Mais le plus important, c'est son exploitation pour la production du courant électrique alternatif.

- **Description de l'expérience et terminologie :**

La figure 4.19 représente une bobine creuse B , constituée d'un grand nombre de spires, reliée à un galvanomètre très sensible. Au début l'aimant est au repos et orienté selon l'axe de la bobine.

Lorsqu'on approche l'aimant de l'intérieur de la bobine, avec une certaine vitesse, le galvanomètre indique le passage d'un bref courant qui disparaît avec l'arrêt du mouvement de l'aimant.

Lorsque on retire l'aimant de la bobine, le galvanomètre indique le passage d'un bref courant dans le sens contraire signalé précédemment.

Le courant enregistré s'appelle le **courant induit** (تيار تحريضي), l'aimant est l'**inducteur** (المحرض), et la bobine le **circuit induit** (الدارة المتحرضة).

On peut obtenir un courant induit, en faisant tourner la bobine devant l'aimant fixe.

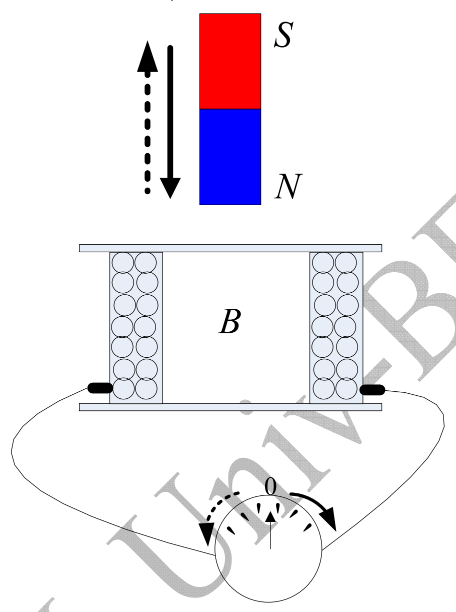


Fig 4.19: Induction électromagnétique

- **Interprétation:**

La cause de l'apparition de courant induit est la variation du flux magnétique à travers la surface de la bobine. Le courant induit ne dure que le temps de la **variation du flux**.

L'apparition de ce courant induit prouve la présence d'une force électromotrice dont le siège est la bobine. Cette force électromotrice dépend de la vitesse de variation du flux magnétique $d\Phi_B / dt$.

- **Enoncé de la loi de Faraday-Henry:**

Dans tout circuit fermé baignant dans un champ magnétique, il se crée une force électromotrice d'induction égale à la dérivée du flux magnétique, à travers le circuit, par rapport au temps (c'est-à-dire égale à la vitesse de variation du flux) avec changement de signe :

$$e = -\frac{d\Phi}{dt} \qquad \textbf{(4.30)}$$

- **La loi de Lenz**(Henry Frédéric Lenz 1804-1885):

Cette loi permet la détermination du sens du courant induit.

Enoncé :

« Le sens du courant induit est tel qu'il s'oppose par ses effets à la cause qui lui a donné naissance »

Cette loi trouve son explication dans les exemples représentés sur la figure 4.20. Connaissant le nom de la face, on peut en déduire le sens du courant induit et vis versa.

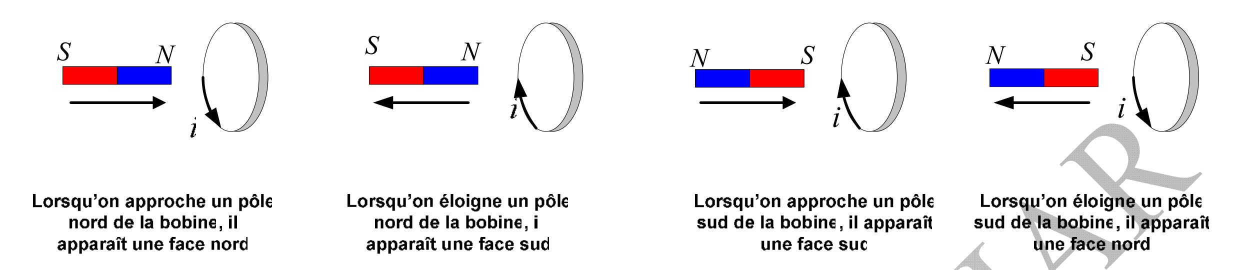


Fig 4.20: détermination du sens du courant induit par application de la loi de Lenz

Exemple 3.4 :

Une bobine plate, constituée de $N = 500$ spires circulaires, de rayon $r = 0,1m$; son axe est initialement parallèle au vecteur $\vec{B}$ d'un champ magnétique uniforme d'intensité $0,2T$ (figure 4.21). En l'espace de $0,5s$, son axe devient perpendiculaire à $\vec{B}$.

Quelle est la force électromotrice d'induction moyenne qui se crée ?

Quel est le sens du courant induit ?

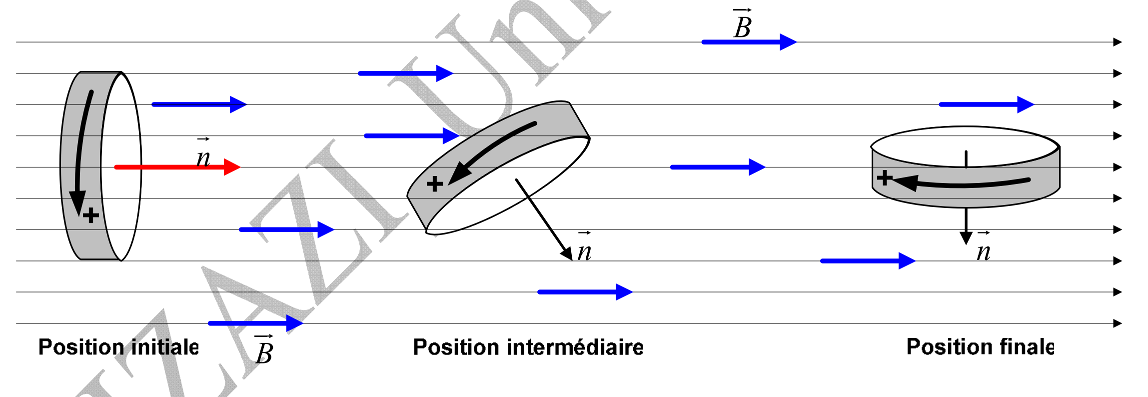


Figure 4.21

Réponse :

Dans sa position initiale, on oriente le vecteur unitaire $\vec{n}$, normal à la surface des spires, dans le même sens que $\vec{B}$. Donc, les spires sont dirigées dans le sens positif montré sur la figure. Dans cette position, le flux est positif et égal à :

$$\Phi_0 = N.\vec{B}.\vec{n}.S = N.B.S \quad , \quad \Phi_0 = 500 \times 3,14 \times (0,1)^2 \times 0,2 \Rightarrow \boxed{\Phi_0 = 3,14Wb}$$

Dans la position finale, $\Phi_1 = 0$ car $\vec{B} \perp \vec{n}$. La variation du flux est donc égale à :

$$\Delta\Phi = \Phi_1 - \Phi_0 = -3,14Wb$$

La force électromotrice d'induction moyenne durant $\Delta t = 0,5s$, est égale à :

$$e_{moy} = -\frac{-3,14}{0,5} \Rightarrow \boxed{e_{moy} = 6,28V}$$

Le flux Φ décroît, et le courant induit, durant tout le temps du mouvement, circule dans le sens positif choisi.

Dans ce chapitre, notre attention a été concentrée sur l'un des plus importants effets du courant électrique : c'est l'effet magnétique, qui trouve ses nombreuses applications dans l'industrie, et essentiellement en électromécanique.

